



Волны концентрации пыли в астросферах

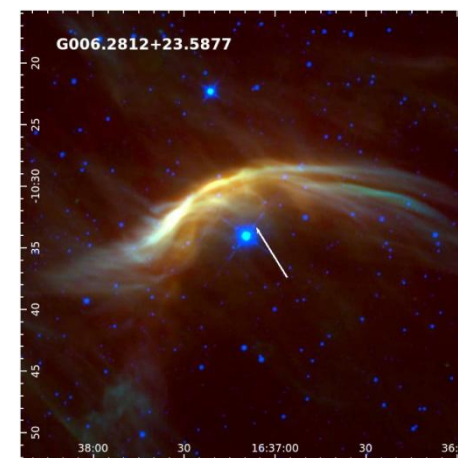
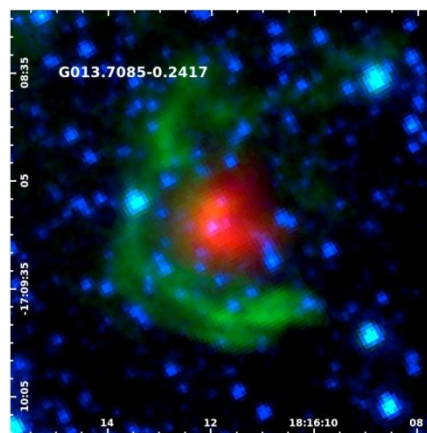
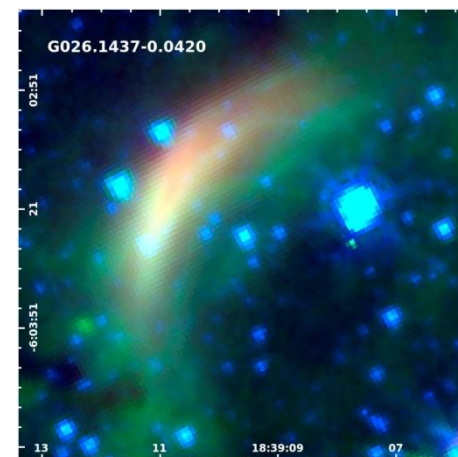
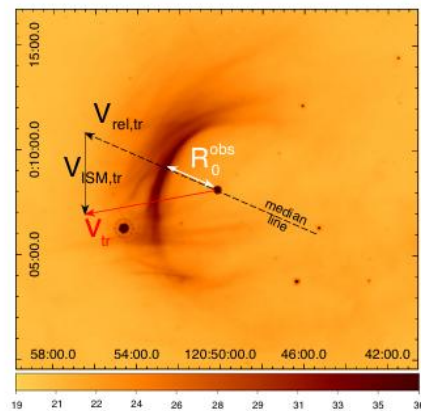
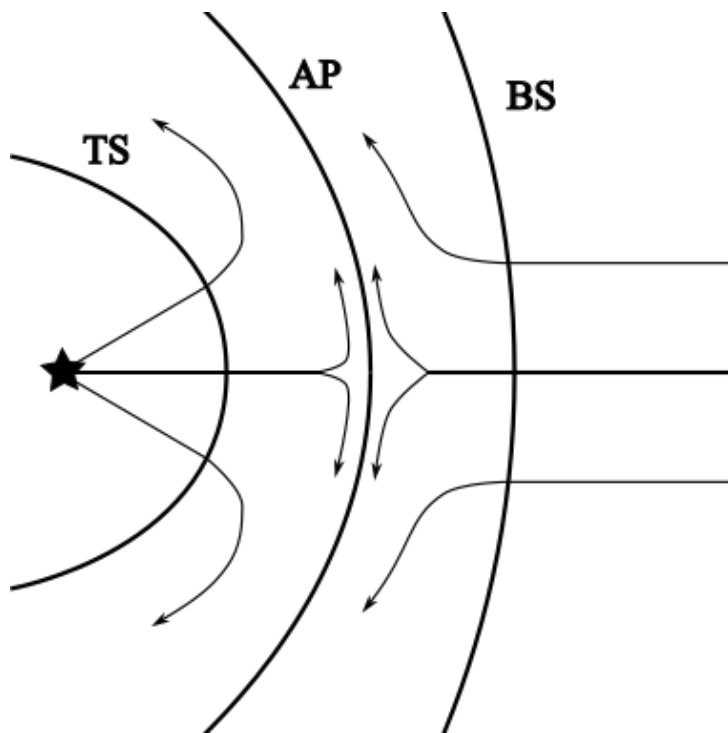
Заболотный Иван Павлович

Науч. рук.: Измоденов Владислав Валерьевич

МГУ имени М.В. Ломоносова

ФГБУН Институт космических исследований

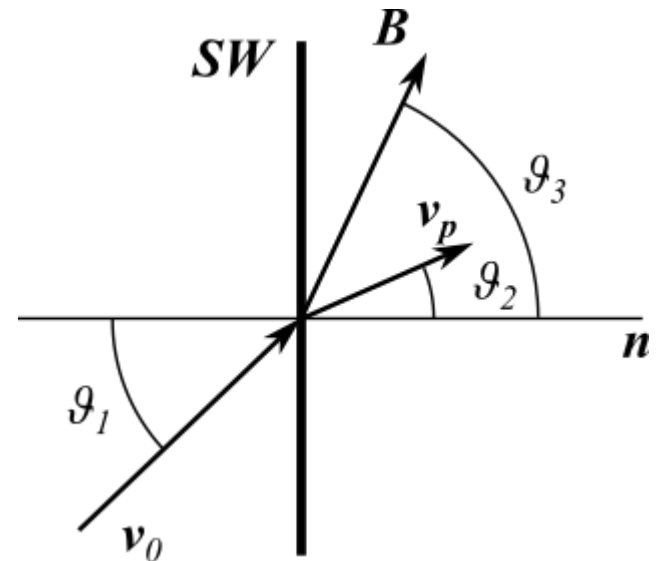
Введение



Постановка задачи

Рассмотрим плоскую МГД ударную волну произвольной конфигурации:

- Массовая плотность пыли мала по сравнению с плотностью плазмы;
- Тепловое движение пыли происходит с пренебрежимо малой скоростью по сравнению со средней скоростью перед УВ;
- Э/м поле, индуцированное пылью, пренебрежимо мало по сравнению с Э/м полем в плазме;
- Частицы – однородные сферы, не меняют размер, массу, заряд и т.д. в процессе движения.



Модель холодного газа: обобщенный лагранжев подход

В работе использовался обобщенный лагранжев подход для моделирования движения полидисперсных сред:

$$f(\mathbf{x}, \alpha, t) | J | = f(\mathbf{x}_0, \alpha_0, 0)$$

$$J_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial x_{0j}}, \mathbf{x} = \mathbf{x}(\mathbf{x}_0, \alpha_0, t), \alpha(\mathbf{x}_0, \alpha_0, t)$$

Задача стационарная, отношение заряда к массе не меняется:

$$J = \begin{pmatrix} u/u_0 & 0 & 0 & \partial x / \partial \alpha_0 \\ v/u_0 & 1 & 0 & \partial y / \partial \alpha_0 \\ w/u_0 & 0 & 1 & \partial z / \partial \alpha_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \boxed{\det J = \frac{u(\alpha_0, t)}{u_0}}$$

Модель холодного газа: обобщенный лагранжев подход

Концентрация частиц в точке с координатой x в момент времени t :

$$n_s(x, t) = \int f(x, \alpha, t) d\alpha = \int \frac{f(x_0, \alpha_0, 0)}{|J|(x_0, \alpha_0, t)} d\alpha = \int f(x_0(s), \alpha_0(s), 0) ds$$

$$x, t = \text{const} \rightarrow dx, dt = 0 \rightarrow \begin{cases} dx = \frac{\partial x}{\partial x_0} dx_0 + \frac{\partial x}{\partial \alpha_0} d\alpha_0 = 0 \\ d\alpha = \frac{\partial \alpha}{\partial x_0} dx_0 + \frac{\partial \alpha}{\partial \alpha_0} d\alpha_0 \end{cases}$$

Введем новую переменную s так, что:

$$x_0 = x_0(s), \alpha_0 = \alpha_0(s)$$

$$\boxed{\frac{dx_0}{ds} = -\frac{\partial x}{\partial \alpha_0}, \frac{d\alpha_0}{ds} = \frac{\partial x}{\partial x_0}} \rightarrow \begin{cases} dx \equiv 0 \\ d\alpha = |J| ds \end{cases}$$

Безразмерная форма уравнений

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{v}$$

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{q}{m} (\mathbf{v} - \mathbf{v}_p) \times \mathbf{B}$$



$$\frac{d\hat{\mathbf{x}}}{d\hat{t}} = \hat{\mathbf{v}}$$

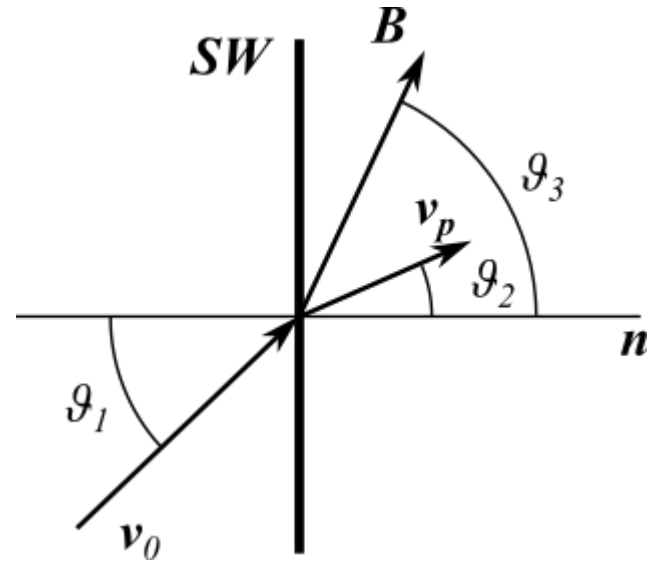
$$\frac{d\hat{\mathbf{v}}}{d\hat{t}} = \frac{\omega}{\omega^*} (\hat{\mathbf{v}} - \hat{\mathbf{v}}_p) \times \mathbf{e}_b$$

Выбираем характерные параметры задачи:

- Нормальная к УВ компонента скорости плазмы, v_{pn} ,
- Характерная циклотронная частота частицы пыли, ω^* .

5 безразмерных параметров:

- Степень сжатия УВ u_0 ,
- углы $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3$,
- безразмерная циклотронная частота $\alpha = \omega/\omega^*$.

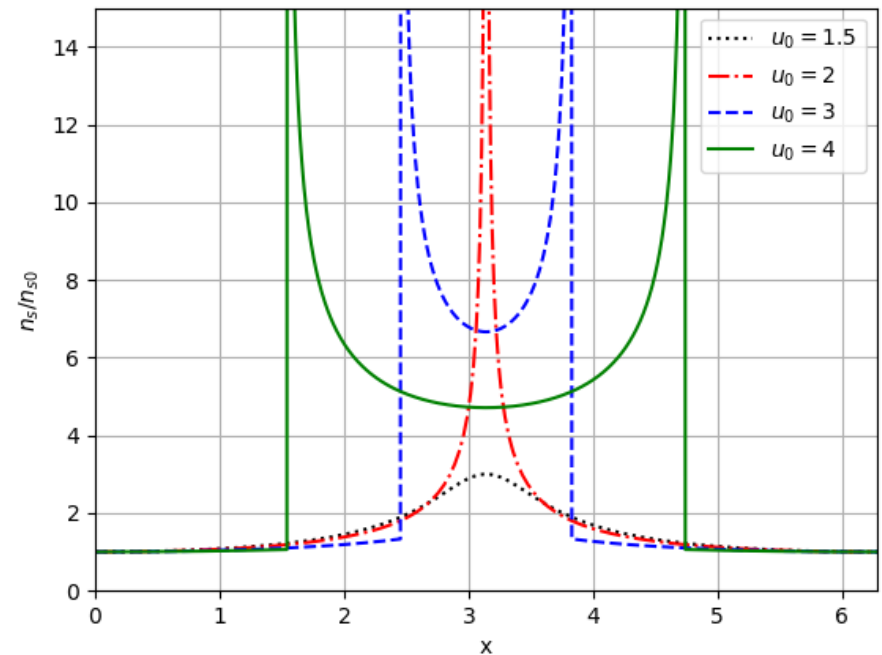
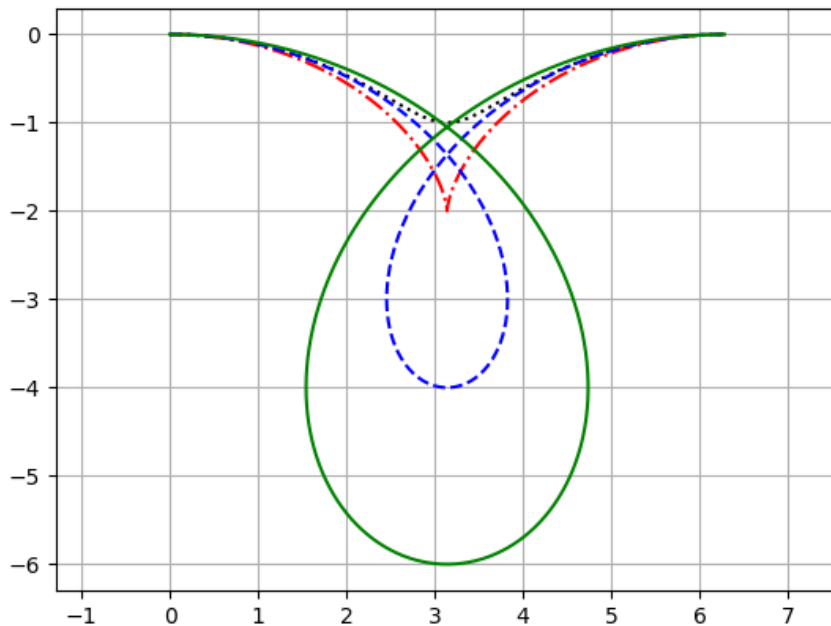


Концентрация отдельного сорта частиц

$$n_s(x) = \sum_i \frac{n_{s0} u_0}{|u(\xi_i)|},$$

где ξ_i удовлетворяют уравнению:

$$x = \xi + (u_0 - 1) \sin \xi$$



Распределение сферических частиц пыли в межзвездной среде

В межзвездной среде пыль распределена по размерам от ~ 1 нм до ~ 5 мкм, по степенному закону:

$$f_r(r_d) = C r_d^{-k}, k \in [2.5, 3.5]$$

Для сферических частиц заряд и массу можно выразить через размер частицы:

$$\alpha \sim \frac{1}{r_d^2}, f(\alpha) = -\frac{f_r\left(1/\sqrt{\alpha}\right)}{\alpha^{3/2}} = -C_1 \alpha^{\frac{k-3}{2}}$$

$$n_{s0} = \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} f_r(r_d) dr_d = \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} C_1 \alpha^{\frac{k-3}{2}} d\alpha \xrightarrow{k=3} C_1 (\alpha_{\max} - \alpha_{\min})$$

Выберем $\alpha_{\max} = 1$, тогда $\alpha_{\min} \ll \alpha_{\max}$, и $C_1 = n_{s0}$

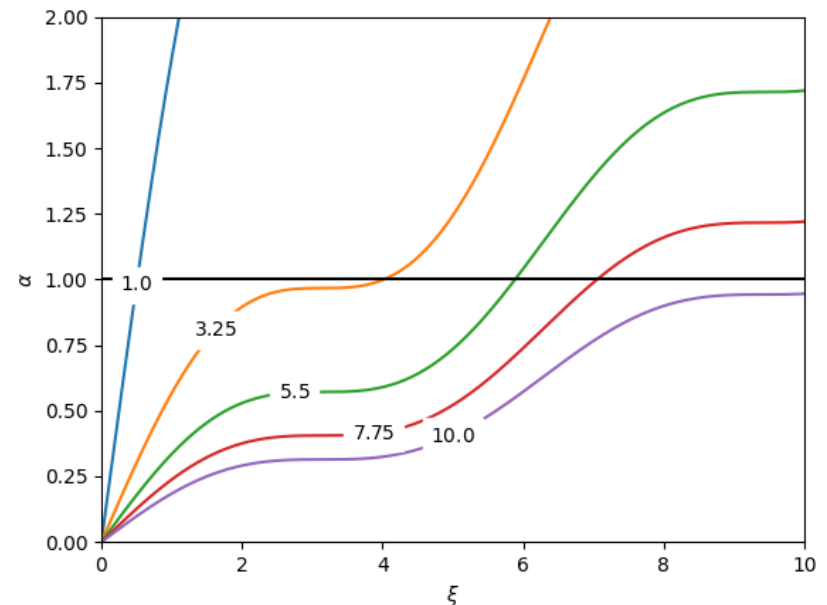
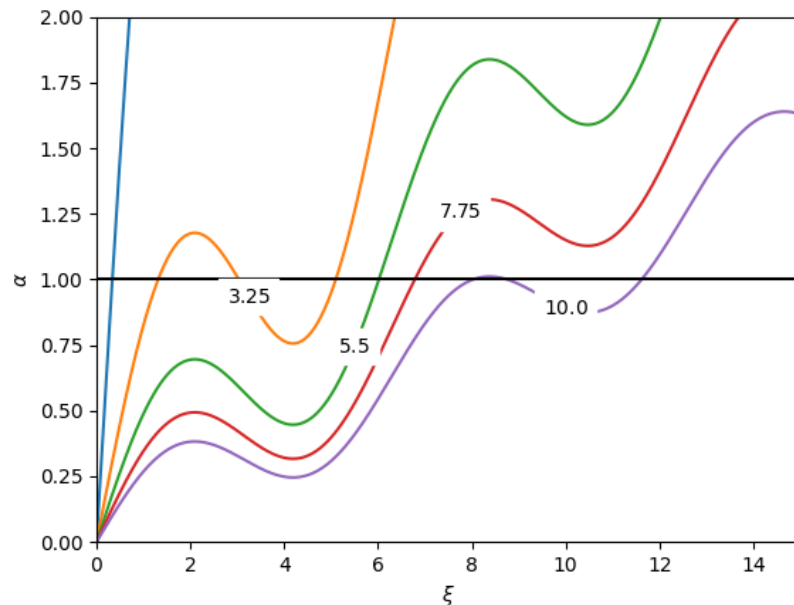
Прямая ударная волна

Введем замену переменных $\xi = \alpha t$, тогда:

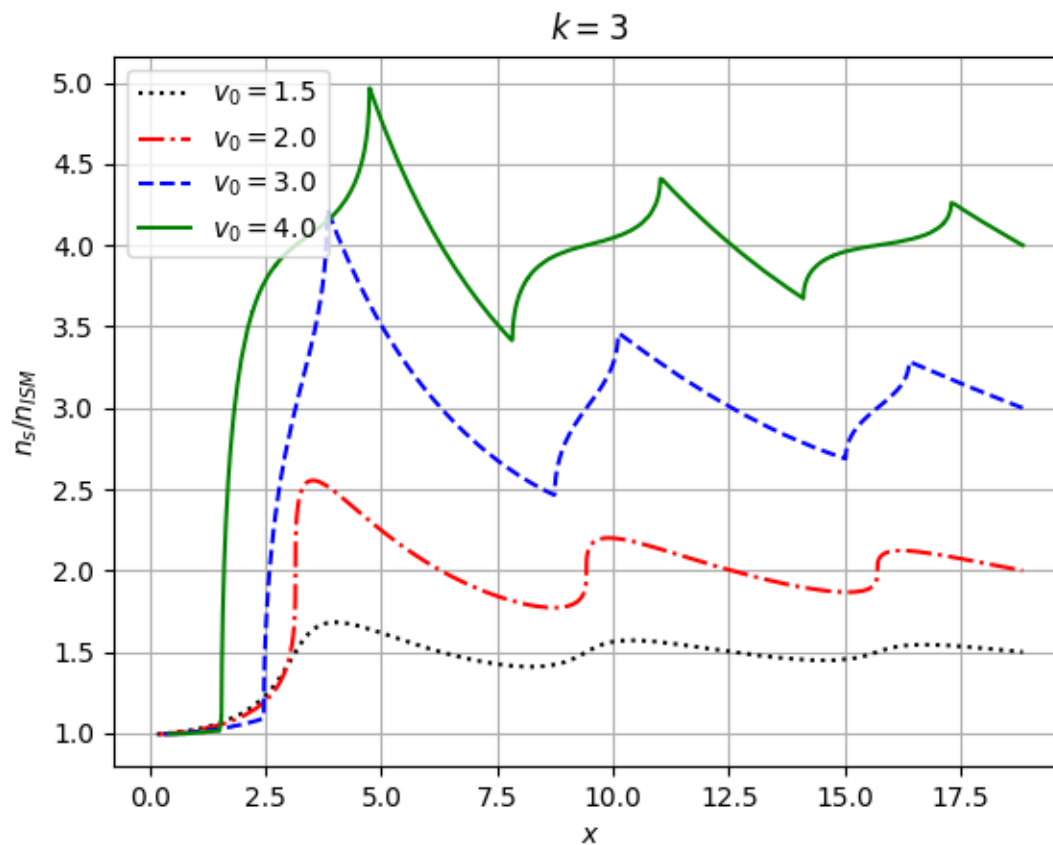
$$u(\xi) = 1 + (u_0 - 1) \cos \xi, \quad \alpha(x, \xi) = \frac{1}{x} (\xi + (u_0 - 1) \sin \xi), \quad d\alpha = \frac{u}{x} d\xi$$

$$n_s(x) = \int \frac{u_0 f(\alpha, 0)}{u} d\alpha = \int \frac{u_0}{x} f(\alpha(x, \xi), 0) d\xi = \boxed{\frac{n_{s0} u_0}{x} (\xi_1 - \xi_2 + \xi_3)}$$

где ξ_i удовлетворяют уравнению $\alpha(x, \xi_i) = 1$



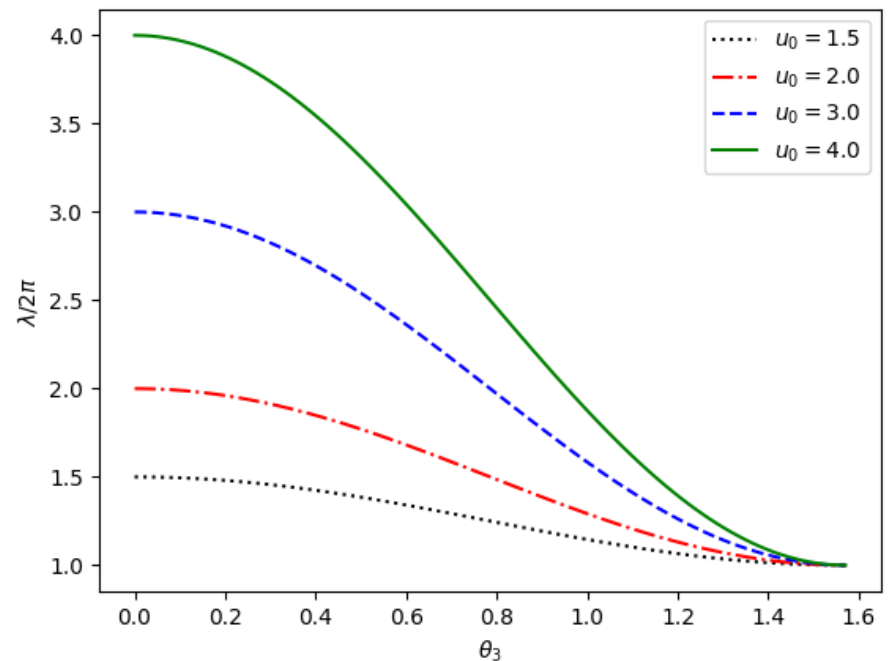
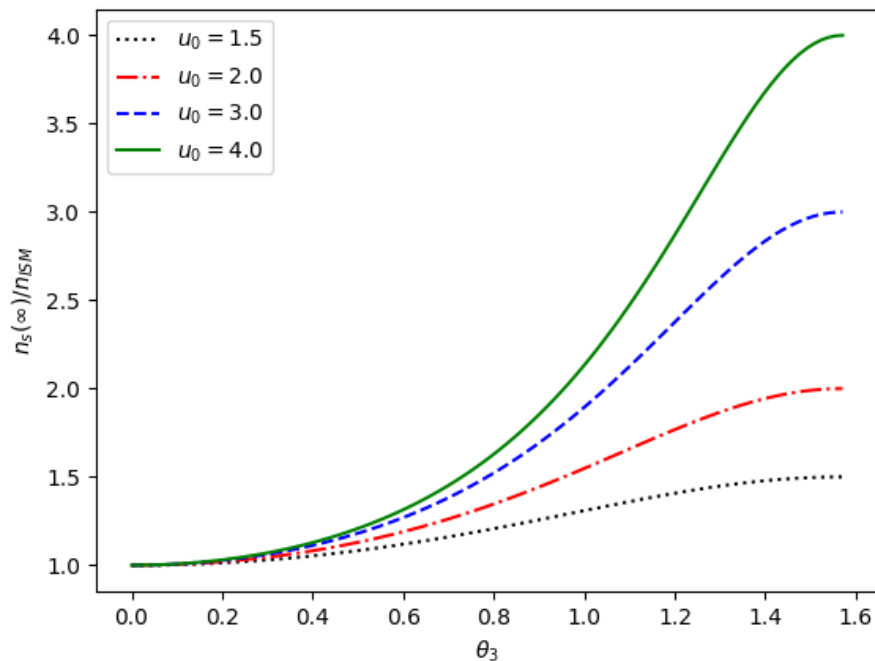
Прямая ударная волна



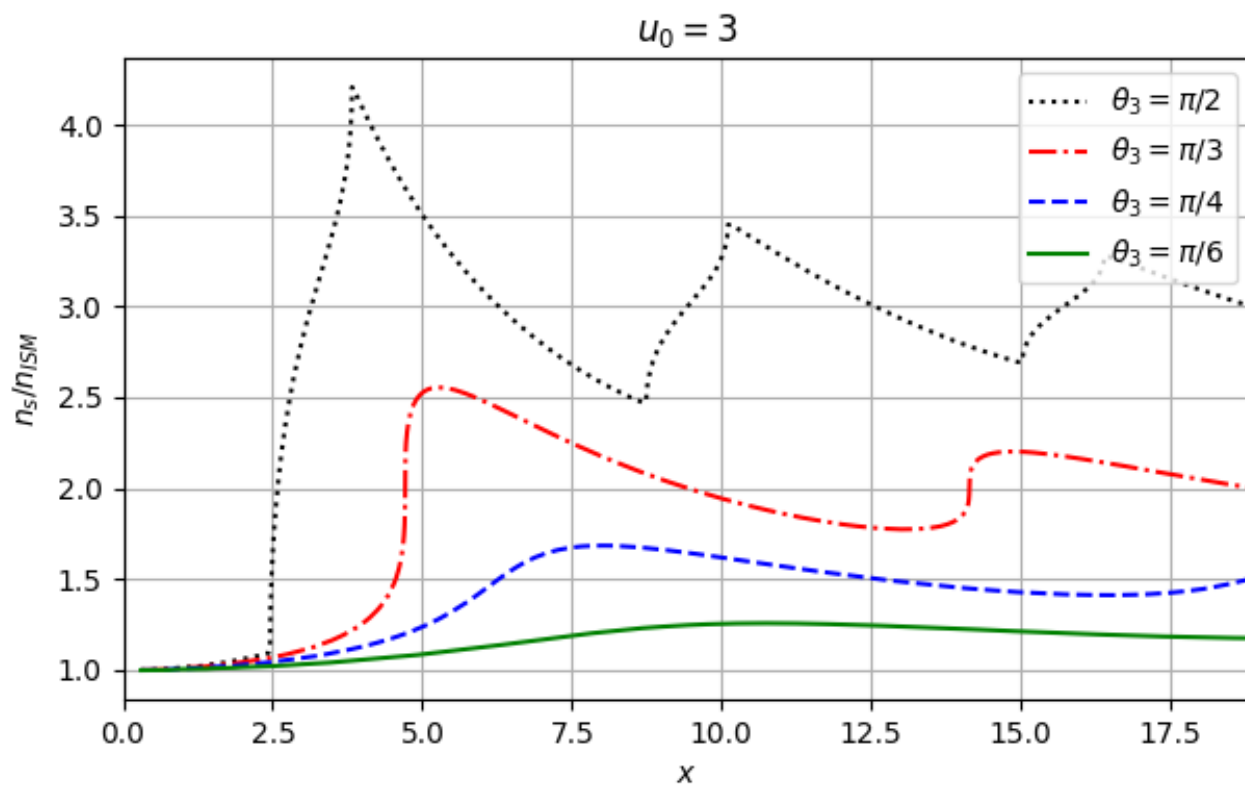
Произвольная ударная волна

Степень сжатия пыли:
$$\frac{n_s(\infty)}{n_{s0}} = \frac{u_0}{u_0 - \Delta v_\tau \sin \vartheta_3}$$

Длина волны концентрации:
$$\lambda = 2\pi(u_0 - \Delta v_\tau \sin \vartheta_3)$$



Произвольная ударная волна

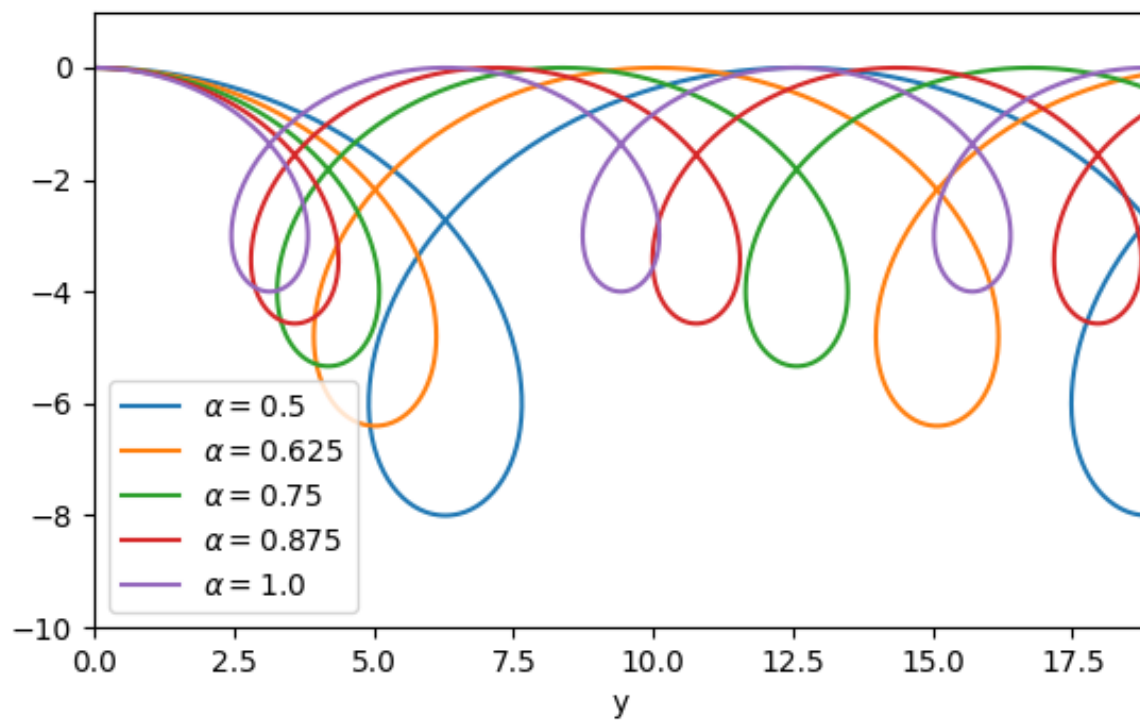


Выводы

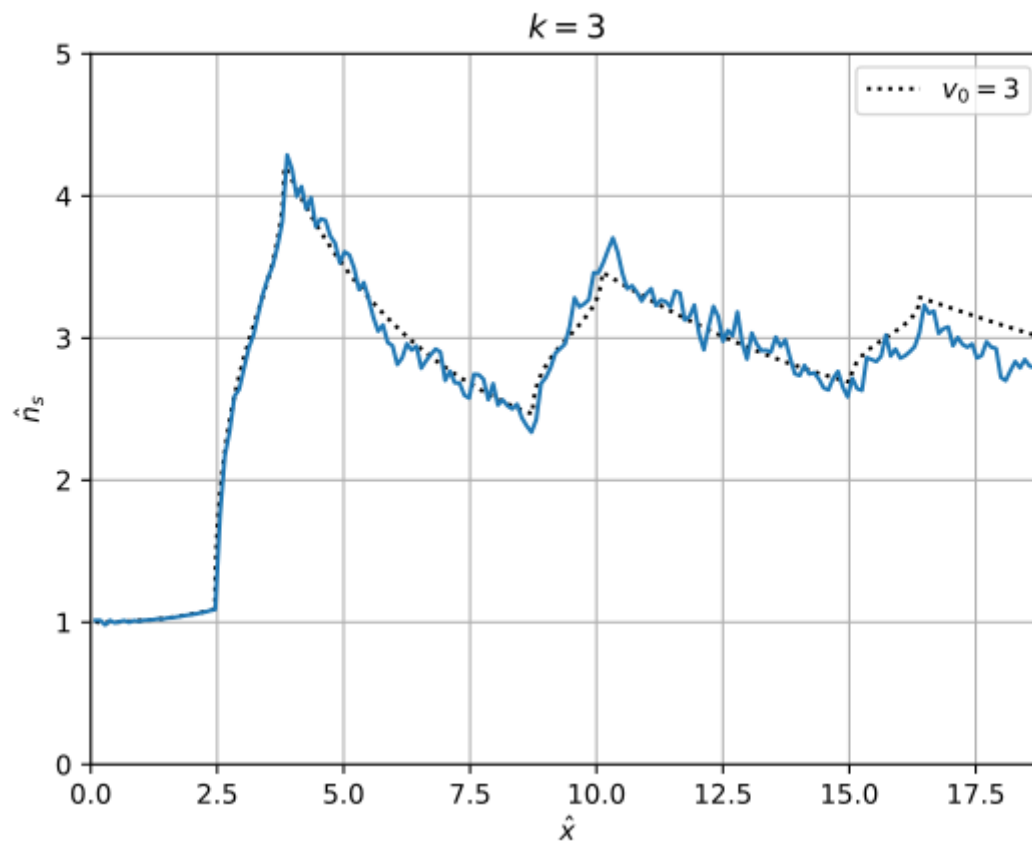
- Рассмотрены ударные волны в запыленной плазме
- Было получено аналитическое решение задачи о волнах концентрации пыли за ударной волной в плазме
- Была получена зависимость степени сжатия и длины волн концентрации пыли от параметров МГД ударной волны
- Предложен метод получения моментов функции распределения в рамках лагренжева подхода

Спасибо за внимание

Приложение



Приложение



Приложение

